

TP Booléens

1ere NSI

Novembre 2022

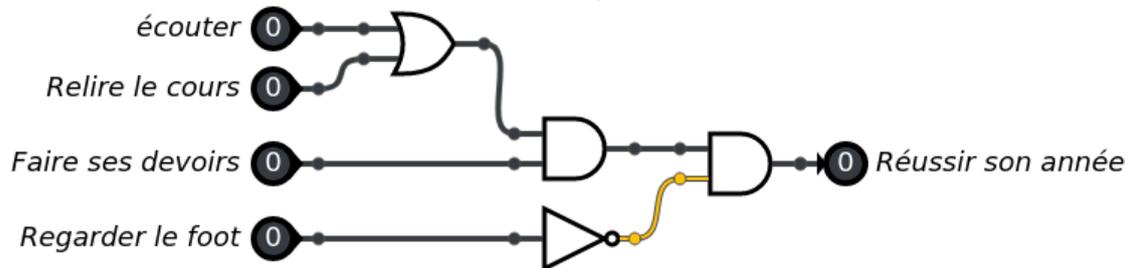
Rappel

Les booléens sont un *type de données* n'admettant que deux valeurs **True, Vrai, 1, T** ou **False, Faux, 0, F**.

Un opérateur booléen est une *fonction* qui prend *un ou plusieurs booléens* en entrée et qui renvoie *un booléen* en sortie. On représente les fonctions booléennes par des *tables de vérités* ou bien des *circuits logiques* ou bien des *expression booléennes* constituées de *plusieurs opérateurs*.

A	B	A AND B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

(a) La table de vérité de l'opérateur **ET/AND**



(b) Un circuit logique pour l'expression suivante: Pour réussir au lycée il faut: **(Écouter OU relire le cours) ET faire ses devoirs MAIS (NE PAS regarder le foot)**

Les priorités des opérateurs booléens sont: not > and > or. Ainsi, l'expression $A \text{ and not } B \text{ or } C$ s'écrit avec des parenthèses comme: $(A \text{ and } (\text{not } B)) \text{ or } (C)$.

On évalue d'abord le not, puis le and, puis le or.

Pour écrire une table de vérité complexe, on écrit les sous expressions:

A	B	C	NOT B	A AND NOT B	A AND NOT B OR C
0	0	0	1	0	0
...

Exercices débranchés

1 Consignes loufoques

Le lycée a décidé de simplifier l'obtention du baccalauréat en favorisant certaines matières. Plusieurs formules sont testées, à vous de les programmer en logique

Un lycée littéraire

Pour avoir son bac il faut désormais:

1. Faire *Français*
2. Ne pas faire *Mathématiques*
3. Faire langue parmi *Anglais et Mandarin*

Répondez aux questions suivantes:

- Est-ce que Andréa qui fait Physique, Anglais et Français aura son bac ?
- Écrivez l'expression logique qui correspond à ce lycée en utilisant 4 matières proposées comme variable.
- Donnez un assortiment de matière qui ne permet pas d'avoir son bac. Quelle est la valeur logique de l'expression pour cet assortiment ?

Un lycée sportif

Une autre formule proposée est:

1. Faire *Handball*
2. Ne pas faire *Mathématiques et Handball* en même temps
3. Faire *SVT*.

Répondez aux questions suivantes:

- Est-ce que Élyas qui fait Français, Mathématiques, Handball et SVT aura son bac ?

- Écrivez l'expression logique qui correspond à ce lycée en utilisant les 3 matières comme variables.
- Donnez sa table de vérité.

Un lycée de rêve

La dernière formule est:

1. Faire *Sport* ou *E-Sport*.
2. Faire *Sieste* ou *Relaxation*.
3. Ne pas faire plus de une matière en tout, sinon c'est fatiguant.

Répondez aux questions suivantes:

- Donnez une assignation des matières qui empêche d'avoir son bac.
- Est-il possible d'avoir son bac ? Pourquoi ?
- Proposez une formule logique qui teste la dernière condition (ne pas faire plus de une matière) avec seulement 3 matières.

2 Ou exclusif

En français lorsqu'on propose *Bottes ou Sandales* on ne peut bien sûr pas mettre les deux.

On appelle cela le *ou exclusif* ou XOR, on a les deux choix mais on ne peut pas choisir les deux en même temps.

- Donnez la table de vérité du ou exclusif pour deux variables d'entrées.
- Donnez une phrase *en langage naturel* pour définir quand le ou exclusif est vrai et quand il est faux.
- Donnez une expression booléenne qui ai le même comportement que le ou exclusif en utilisant les trois opérateurs de la logique.
- Dessinez le circuit correspondant.

Exercices en simulateur

3 Un circuit simple

On reprend le circuit de la première page

- codez le sur le simulateur sur le site du cours (Booléens > Un simulateur logique)
- Faites sa table de vérité en vous aidant du simulateur.
- Quels assignations permettent de réussir son année ?

4 Un circuit étrange

- On vous donne un circuit sur la page du cours (Booléens > Circuits à tester).
- Faites sa table de vérité en vous aidant du simulateur.
- Est-il possible de rendre ce circuit vrai ?
- Quelle est son expression booléenne ?

5 L'additionneur 1 bit

On veut créer un additionneur pour deux chiffres sur 1 bit. C'est la structure de base qui est utilisée dans vos processeurs pour faire des additions entre entiers représentés en binaire.

- Écrivez une table de vérité *a deux sorties* représentant l'addition de 2 bits, avec S le chiffre des unités et R la retenue (le chiffre des deuzaines).

a	b	S	R
...			

- Quelle fonction logique reconnaissez vous pour la colonne S ? La colonne R ?
- Déduisez en un circuit qui ai deux sorties S et R à partir de deux entrées à additionner.
- Codez ce circuit sur le simulateur (vous pourrez rajouter `xor` dans l'argument `showonly`) et testez son bon fonctionnement.

6 L'additionneur général (Bonus)

Le circuit précédent est intéressant, car il montre qu'il est possible d'utiliser des opérateurs logiques pour réaliser une addition.

Cependant, il n'est capable d'additionner que deux bits *c'est très limité*. En fait, il serait intéressant d'avoir un additionneur de trois bits. Pourquoi? À cause de la manière dont on pose les additions en colonnes.

Lorsqu'on additionne deux nombres à plusieurs chiffres, que ce soit en base 10 ou en base 2, on commence par la colonne de droite, les unités. On connaît le concept de retenue: en base 10, si l'addition des unités dépasse 9, on retient 1 dans la colonne des dizaines. En base 2, de façon similaire, si l'addition des unités dépasse... 1, on retient 1 dans la colonne suivante à gauche.

C'est ce qu'on a fait avec le demi-additionneur: on peut considérer que la sortie S représente la colonne des unités dans la somme, et la sortie R représente la retenue à prendre en compte dans la colonne suivante.

C'est ici que ça se complique: pour additionner les chiffres de la deuxième colonne, on doit potentiellement additionner trois chiffres, et pas seulement deux. On a donc, en entrée, les deux bits a et b qui viennent des nombres à additionner, et aussi potentiellement cette retenue qui vient de la colonne des unités, qu'on appellera C (pour carry, *retenue* en anglais).

Ceci est vrai en base 2 comme en base 10. Il faut donc un additionneur plus puissant, à trois entrées, pour prendre en compte cette retenue. Il s'appelle additionneur complet et livrera deux sorties: le bit de somme, appelé simplement S , et la retenue à reporter pour la colonne suivante, appelée R .

- Déterminez combien de combinaisons différentes sont possibles pour trois signaux d'entrée a, b, c booléens.
- Listez toutes ces combinaisons.
- Pour chaque combinaison, déterminez la valeur binaire qui est la somme des trois signaux d'entrée.
- Finalement, avec les informations ainsi obtenues, complétez la table de vérité d'un additionneur complet qui a deux sorties S et C_o .